

DSA E MATEMATICA

Adele Maria Veste



- Il disturbo del calcolo
- Discalculia o difficoltà in matematica?
- Gli strumenti compensativi

R. Ciambrone “Verso una cultura sociale dei BES”

Parliamo di esseri umani, di ciò che vi è di più bello, delicato e complesso al mondo: è richiesto uno sguardo psicopedagogico: che sappia intellighere ossia leggere dentro (intus legere) le cose e le persone, per trarne poi orientamenti ad agire.

Ci vuole un insegnante, con la competenza e la capacità di percepire l'essere umano in tutta la sua complessità che sappia scegliere una strategia, di applicare un metodo.

Non è sufficiente preoccuparsi di definire chi sono gli studenti in situazione di BES; importante è **cambiare** il modo di **insegnare e di valutare**, affinché ogni studente in relazione alla sua condizione e alla sua manifesta difficoltà, possa apprendere.



Analisi di caso

- L'alunno ha seguito in modo passivo, non sforzandosi minimamente di prendere appunti.
- La sua verifica è stata ridotta e modificata per renderla fattibile nello stesso tempo dei compagni.
- Ovviamente poteva usare la calcolatrice e aveva a disposizione un formulario contenente tutte le informazioni necessarie.
- E' stata poi svolta in classe la correzione della verifica scritta dell'alunno dsa il quale non ha preso appunti in merito alla correzione.
- In che modo l'alunno puo' comprendere e fare propri i concetti se non c'è partecipazione attiva alla lezione?

.PROFILO INTELLETTIVO-COGNITIVO :normo dotazione intellettiva.

.MEMORIA DI LAVORO

.Memoria di cifre: abilità deficitaria

.Riordinamento di numeri e lettere: deficitaria

.VELOCITÀ DI ELABORAZIONE

.Ricerca di simboli (velocità percettiva e di elaborazione, memoria visiva, della coordinazione visuo-motoria,, della flessibilità cognitiva, della discriminazione visiva e della concentrazione): deficitaria

.AREA DEGLI APPRENDIMENTI:

.dettato di parole e di frasi con omofone, prestazione al 5%

.Calcolo a mente errori: prestazione sufficiente, tempo totale richiesta di intervento

.Calcolo scritto errori e tempo totale: richiesta di intervento

.Aritmetica e problemi aritmetici prestazione sufficiente, uso della calcolatrice per le operazioni

Posizioni reciproche tra retta ed ellisse

Metto a sistema l'equazione dell'ellisse con quella della retta

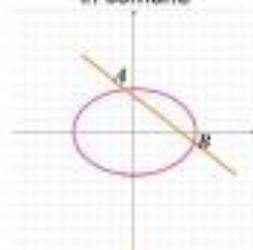
$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = mx + q \end{cases}$$

Se il sistema ha

Due soluzioni distinte ($\Delta > 0$)

Retta ed ellisse hanno

due punti in comune



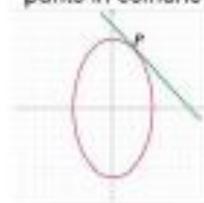
e sono quindi

Secanti

Due soluzioni coincidenti ($\Delta = 0$)

Retta ed ellisse hanno

solamente un punto in comune



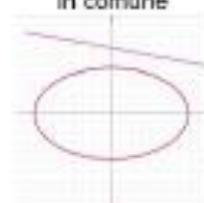
e sono quindi

Tangenti

Non ha soluzioni reali ($\Delta < 0$)

Retta ed ellisse non hanno

nessun punto in comune



e sono quindi

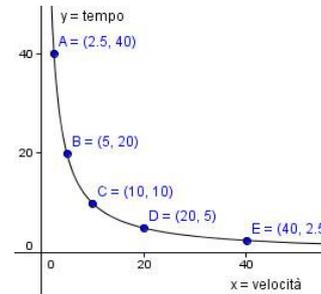
Esterne

Esercizio I anno superiori. Testo Zanichelli

La velocità v di un oggetto che percorre una distanza s ed il tempo t impiegato a percorrerla sono grandezze inversamente proporzionali. Un oggetto A deve percorrere una distanza assegnata pari a 6m ed un oggetto B una distanza pari a 20m. Scrivi le leggi che esprimono il variare della velocità di A e B in funzione del tempo. Sapendo che A impiega 1,99 secondi per percorrere la distanza assegnata e che B ha una velocità di 3,1 metri al secondo, determina quale dei due oggetti è più veloce e quale impiega meno tempo.



Come sai $V=s/t$



Un oggetto A percorre

6m _____

Un oggetto B percorre

22m _____

Come **variano le velocità di A e B rispetto al tempo?**

Scrivi le leggi

Nella Legge 170/10, all'Art.1, si riconoscono e definiscono dislessia, disgrafia, disortografia e discalculia come disturbi specifici che si manifestano con una difficoltà in:

- Correttezza e rapidità nella lettura
- Realizzazione grafica
- Processi linguistici di transcodifica
- Automatismi nel calcolo ed elaborazione dei numeri.

Ognuna di queste abilità è richiesta nello studio della matematica.

Difficoltà di apprendimento & Cognitive load Theory

Le difficoltà di apprendimento in parte
dipendono dalla limitatezza della ML e dalle
condizioni di sovraccarico a cui è facilmente
sottoposta.

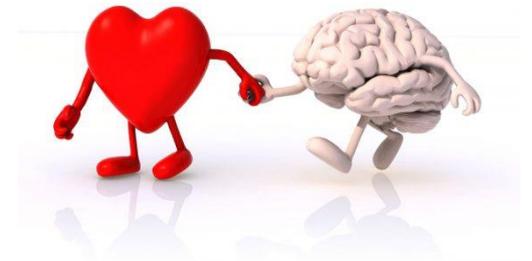


IL CARICO COGNITIVO ESTRANEO

E' costituito da tutte le forme di lavoro cognitivo che per vari motivi sono imposte alla ML senza che abbiano la funzione di contribuire all'apprendimento desiderato è determinato da una carente progettazione del modo di presentare l'informazione

riduzione del *carico cognitivo estraneo*

permette di disporre di maggior spazio di memoria,
per attivare processi che producono apprendimento.



IL CARICO COGNITIVO PERTINENTE

Implica la costruzione di modelli di pensiero (schemi mentali) che aiutino la categorizzazione delle informazioni

Può essere aumentato agendo sugli schemi mentali che aiutino l'individuo ad interpretare i contenuti.



IL CARICO COGNITIVO INTRINSECO

E' il carico di lavoro cognitivo dovuto alla naturale complessità di un compito (o di un'informazione presentata). Esso è un aspetto interno al contenuto da apprendere e si presenta più o meno complesso in funzione delle competenze dell'alunno.



Qualora il carico **cognitivo intrinseco** fosse troppo alto è necessario che gli insegnanti provvedano a ridurlo attraverso particolari tecniche:

- la scomposizione;
- la sequenzializzazione di fasi;



$$(5a + 7b)(4x + 7y) =$$

$$20ax + 35ay + 28bx + 49by$$

+5a	20ax	+35ay
+7b	+28bx	+49by
	+4x	+7y

1) Tracciare nel piano cartesiano le seguenti rette:

a) $3x - 2y = 0$

b) $x - 5 = 0$

c) $3y + 9 = 0$

RIPETITIVA

2) Date le rette:

a) $x + 2y - 14 = 0$

b) $2x - y - 3 = 0$

trovare le coordinate del punto d'intersezione delle due rette, dopo averne tracciato il grafico.

3) Dato il punto $P(-4; 3)$ e la retta r di equazione $3x + 2y - 6 = 0$, trovare l'equazione della retta s

parallela ad r e passante per P e tracciarne i grafici.

PUNTI / 20

Utilizzare più canali di comunicazione

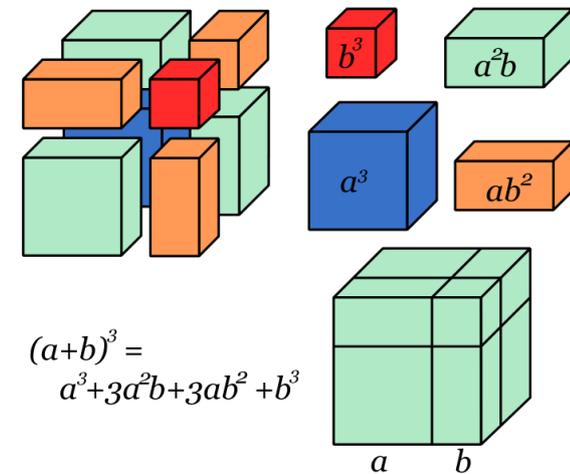
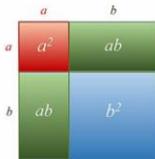
QUADRATO DEL BINOMIO

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

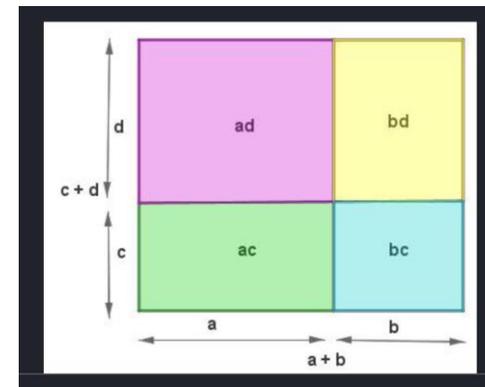
DIMOSTRAZIONE
«ANALITICA»

$$\begin{aligned}(a+b)(a+b) &= \\ a^2 + ab + ab + b^2 &= \\ a^2 + 2ab + b^2 &= \end{aligned}$$

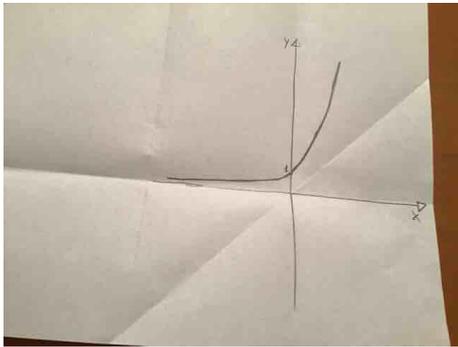
DIMOSTRAZIONE
«SINTETICA»



$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

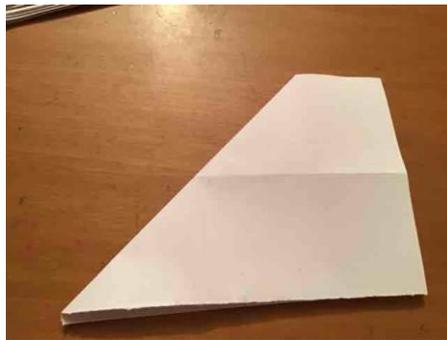


Funzioni inverse e simmetrie.....piegando la carta

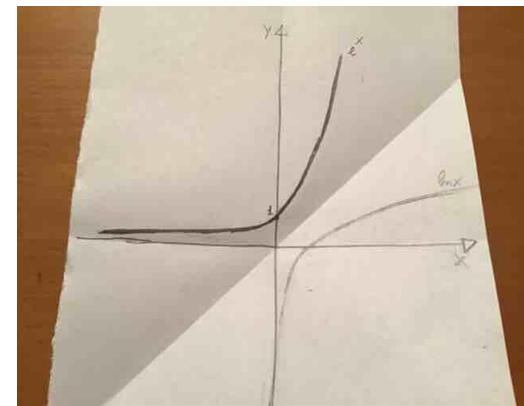


Disegno una funzione con una matita

Piego il foglio lungo la bisettrice
E premo sul foglio



Appare il grafico della funzione
(logaritmica-esponenziale)



All'inizio della scuola secondaria:

Indicatori comportamentali

demotivazione allo studio

comportamenti di **reattività**

atteggiamenti di **sfiducia**

errori di recupero di fatti algebrici;

errori di applicazione di formule;

errori di applicazione di procedure;

errori di scelta di strategie;

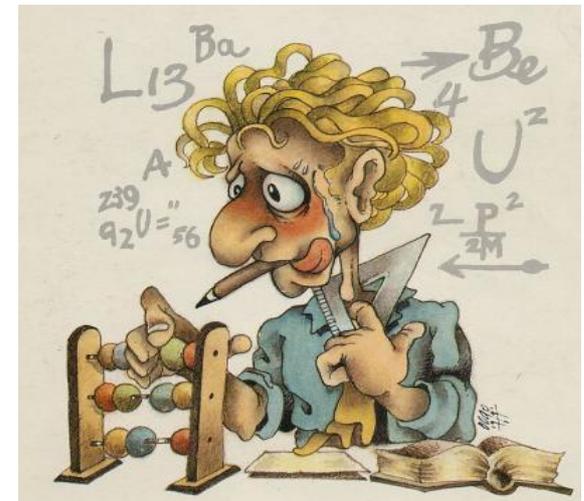
errori visuospatiali;

errori di comprensione semantica.

“Come succede che c’è gente che non capisce la matematica?” (H. Poincaré)

articolo sulla genesi della creazione matematica

- E' astratta, quindi lontana dall'esperienza quotidiana
- (prescinde da contesti)
- Esige rigore



La diagnosi '**non ha capacità di astrazione**' deve essere considerata una diagnosi su cui fondare l'azione didattica ('cosa devo / posso fare per sviluppare queste abilità?')

Non un alibi per la rinuncia all'intervento

Quando lo studente dice
"**Non mi piace perché è astratta**"

fa riferimento a una percezione di distanza dalla realtà, e quindi di inutilità



I **numeri primi** hanno soltanto due **divisori**: uno e se stessi.

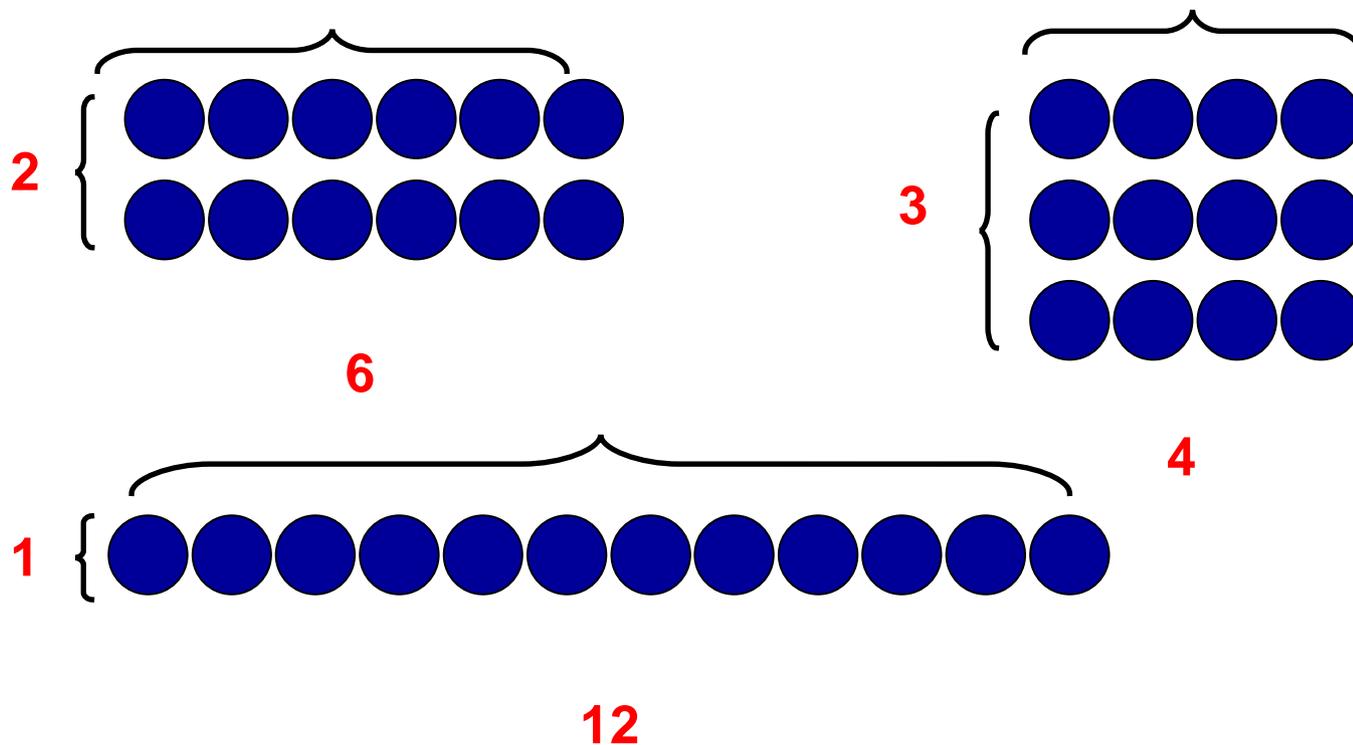
Sono alla base dell'aritmetica: sono i mattoncini che utilizziamo per costruire "edifici matematici" più complessi, come i problemi, le espressioni o anche solo i numeri più grandi.

La **scomposizione in numeri primi** ci consente di scrivere numeri enormi in **fattori primi** più facili da maneggiare. Ciascun numero è uguale al prodotto di determinati numeri primi con i loro esponenti. Non esistono due numeri diversi che abbiano la stessa scomposizione in numeri primi.

... ..

Per trovare tutti i fattori (o divisori) di un numero, eseguiamo degli schieramenti con le palline.

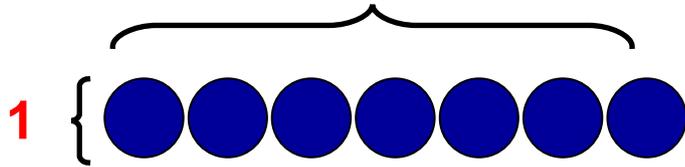
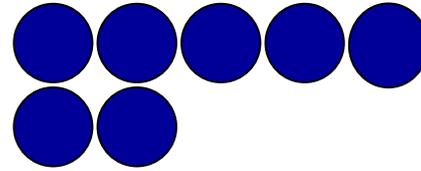
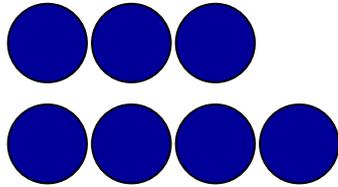
Proviamo con il numero 12:



I Divisori del 12 sono quindi:

2 – 6 – 3 – 4 – 1 – 12

Proviamo ora con il numero 7:



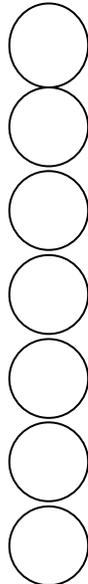
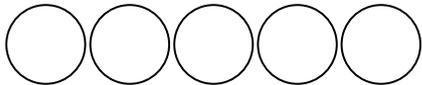
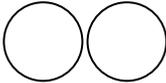
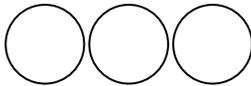
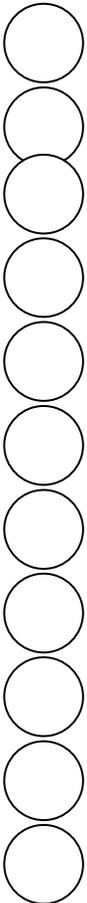
7

I Divisori del 7 sono quindi solo:

1 - 7

NUMERI PRIMI

“LINEARI”

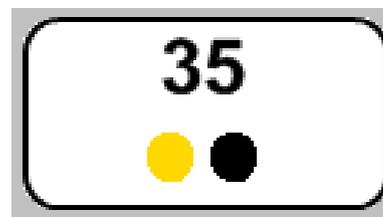
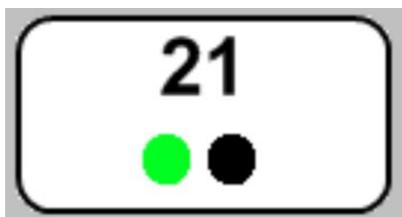


Legenda colori

1	2	3	5	7	11
---	---	---	---	---	----

TABELLA DEI DIVISORI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	•	•	••	•	••	•	•••	••	••
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
•	•••	•	••	••	••••	•	•••	•	•••
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
••	••	23	••••	••	••	••••	••••	29	•••
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
31	•••••	••	••	••	••••	37	••	••	••••
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
41	••••	43	••••	••••	••23	47	•••••	•••	•••
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
••	••••	53	•••••	•••	•••••	••	••29	59	••••
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
61	••31	••••	••••••	•••	••••	67	•••17	••23	••••



$$3 \times 7$$

$$5 \times 7$$

$$\text{MCD}(21,35) = 7$$

Legenda colori

1

2

3

5

7

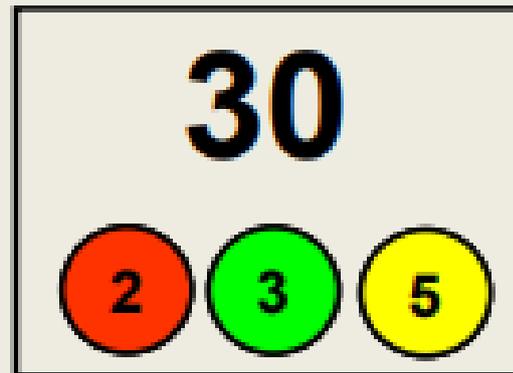
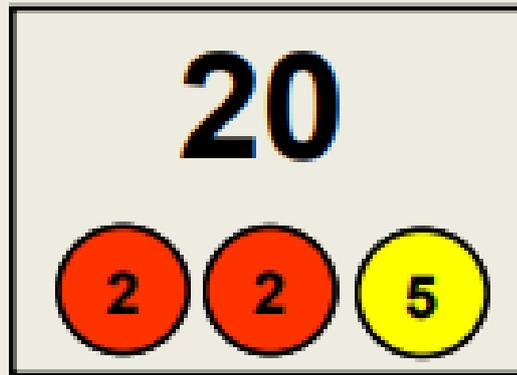
11



RIDURRE UNA FRAZIONE

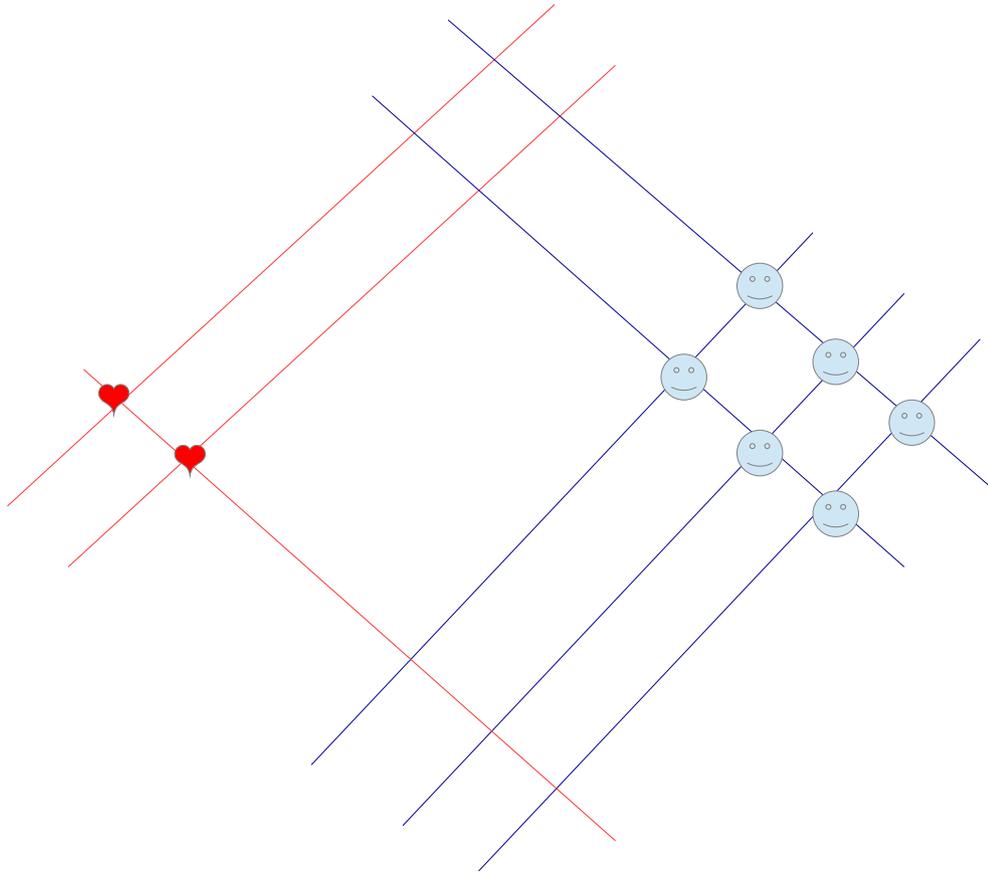
$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \quad 2 \quad \cancel{3}}{\cancel{2} \quad 3 \quad \cancel{3}} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

mcm tra **20** e **30** = ? = **60**



$$(2x+3y)(x+2y)=$$

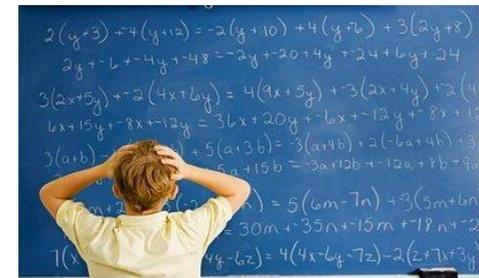
$$2x^2 + 4xy + 3xy + 6y^2$$



Usa un linguaggio composto da termini tecnici e da simboli

Il linguaggio comune si appropria delle parole scientifiche attribuendo loro significati diversi, viceversa alcune scienze (come ad esempio la fisica) mutuano elementi lessicali dalla lingua e li ridefiniscono dando loro il valore di “termine” (fuoco, impulso).

Raramente vengono creati neologismi; è il caso della chimica che necessita di un cospicuo numero di “unità lessicali”.



- Gli apprendimenti sono organizzati in modo gerarchico
- Richiede che le informazioni verbali presenti nel testo di un problema vengano tradotte in uno schema di calcolo
- Le tecniche di calcolo richiedono memorizzazione e la conoscenza di procedure complesse
- L' **errore** è evidente ed immediato

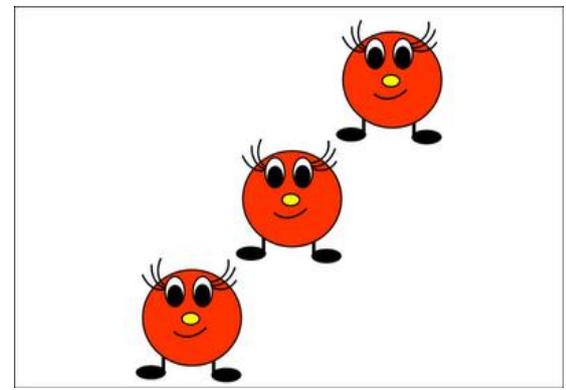


La discalculia (linee guida 170/2010)

•La discalculia riguarda l'abilità di calcolo, sia nella componente dell'organizzazione della cognizione numerica (intelligenza numerica basale), sia in quella delle procedure esecutive e del calcolo.

•Nel primo ambito, la discalculia interviene sugli elementi basali dell'abilità numerica: il subitizing (o riconoscimento immediato di piccole quantità), i meccanismi di quantificazione, la seriazione, la comparazione, le strategie di composizione e scomposizione di quantità, le strategie di calcolo a mente.

Subitizing



Processo di percezione che consente di determinare la numerosità di un insieme visivo di oggetti in modo immediato, senza contare.

Il numero massimo di oggetti percepibili in questo modo sembra essere di 4.



Riconoscere la numerosità, distinguere i mutamenti di numerosità, ordinare i numeri in base alle dimensioni è la base su cui si costruiscono tutte le successive abilità di calcolo e di processamento numerico:

enumerazione,

conteggio,

transcodifica (lettura e scrittura di numeri),

calcoli a mente

calcoli scritti

Barriere sociali

- .Lettura e descrizione del tempo
- .Consapevolezza del tempo
- .Calcolo del tempo



Riesco a leggere solo alcuni tipi di orologi
ho una sveglia che suona al mattino,
una che mi dice che è ora di uscire da casa,
un'altra che suona quando devo portare i cani fuori...

Spostamenti e viaggi

- .Direzione
- .Guida dell'auto
- .Viaggi in autobus o treno



Non riesco a leggere le tabelle orarie
e capire a che ora parte il mio treno

Denaro

- .Budgeting
- .Shopping



Potrei spendere 10 sterline alla settimana allo Starbucks
o spendere 115 sterline per un cofanetto di DVD
senza percepire alcuna differenza

Nella vita quotidiana



.Sport

.Cucina

.Pin

Se guardo i punteggi di una partita
non so quale numero significhi “vincere”
e quale numero significhi “perdere”

Se devo prendere 75 gr di burro
da un panetto di 500 gr
non so a quale porzione corrisponda,
allora procedo per tentativi

Barriere accademiche

• $P=0.041$ è statisticamente significativa?

• Più reticenti a provare cose nuove e più inclini a omettere le risposte

$$7^2 = 49$$

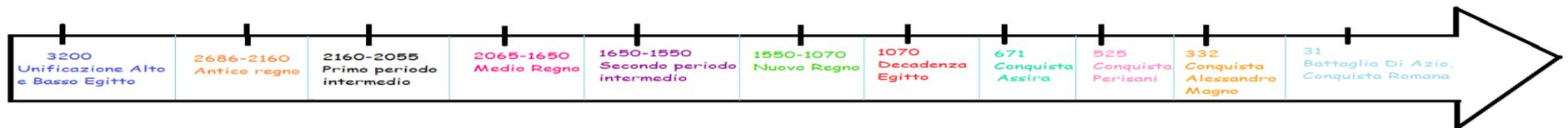
• $.79 \times 4$



• $\frac{1}{2}$ di 278



.Sequenzialità eventi (passato/futuro)



.Difficile comprensione dei vocaboli matematici

.(Assi, funzione, variabile, coordinate, ...)

.Difficoltà di associare il simbolo al nome, alla
funzione

•

SIGMA +



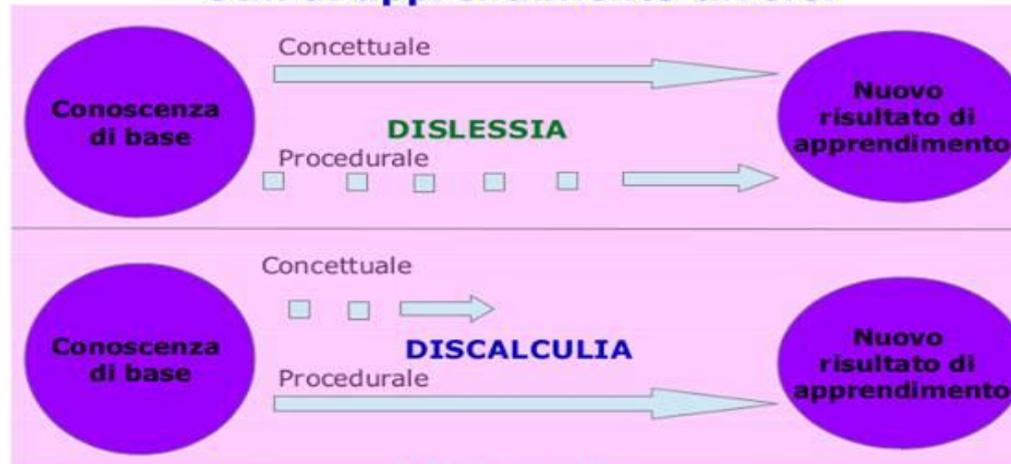
Discalculia in ambito procedurale

“Nell’ambito procedurale, invece, la discalculia rende difficoltose le procedure esecutive per lo più implicate nel calcolo scritto: la lettura e scrittura dei numeri, l’incolonnamento, il recupero dei fatti numerici e gli algoritmi del calcolo scritto vero e proprio”.

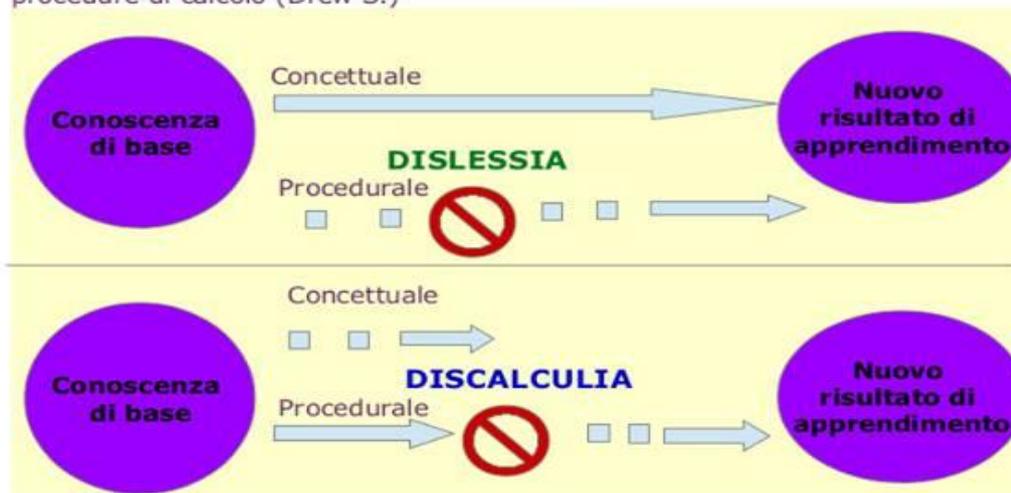


DISCALCULIA vs DISLESSIA con DIFFICOLTA' in MATEMATICA I

La comprensione della numerosità, che non è compromessa nelle persone dislessiche, è al centro delle definizioni correnti di discalculia. Sembra essere la differenza fondamentale tra discalculia e la dislessia con difficoltà in matematica.

Stili di apprendimento diversi

Tuttavia in entrambi i casi la "Maths anxiety" compromette l'esecuzione delle procedure di calcolo (Drew S.)



SECONDA TIPOLOGIA DI DISCALCULIA



Il secondo profilo di discalculia si riferisce in modo specifico alle difficoltà nell'acquisizione delle procedure e degli algoritmi del calcolo.

Errori sintattici: (la maggior parte)

- compromessa la capacità di stabilire I rapporti fra le cifre in una struttura sintattica corretta pur rimanendo integra la capacità di codificare le singole cifre

•13 31

•154.....145



- 1,2,3,4,15,16,17...(rispetto dell'incremento ma confusione nella categoria lessicale)
- 13,14,40,41,42 (mancato incremento della posizione e confusione del livello)
- Mancato riconoscimento del valore zero nella transcodifica fra codice verbale (la parola 0 non viene utilizzata) e codice arabo (in cui lo "0" ha un valore posizionale)
- Es ad Anna viene detto centoquarantasette
- 1047
- A volte lo 0 viene usato troppo poco
- 2609 "ventiseimilanove"

...errori di transcodifica

- Relazioni moltiplicative rese additive
- (trecento-103)
- Relazioni additive rese moltiplicative
- (centocinque 500)

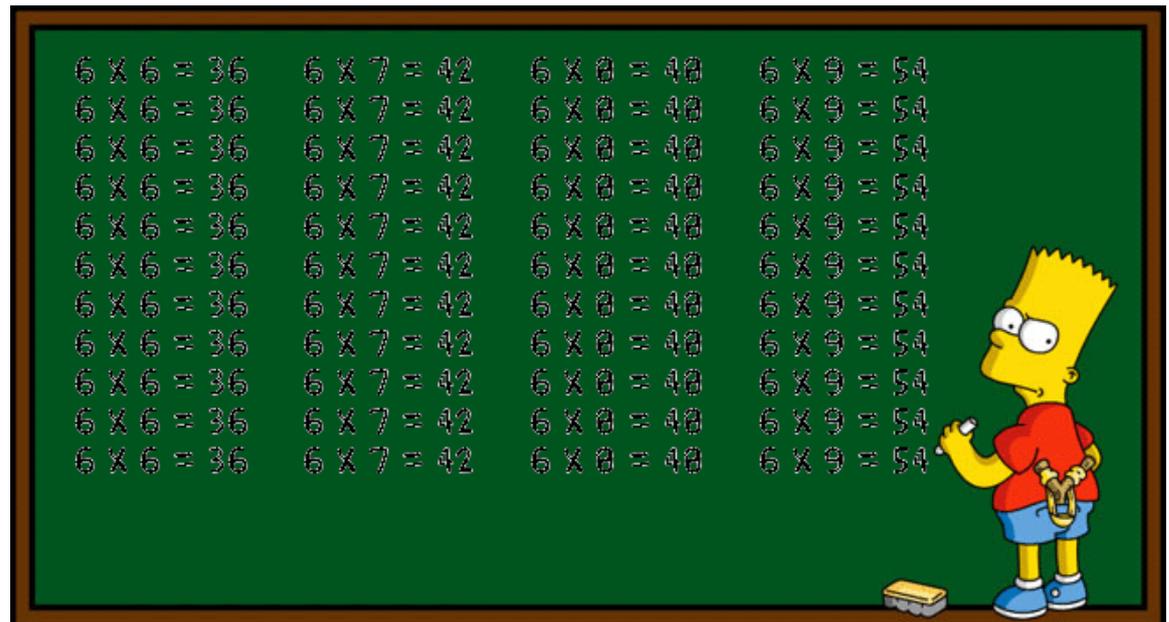
一	二	三
Uno (yī)	Due (èr)	Tre (sān)
四	五	六
Quattro (sì)	Cinque (wǔ)	Sei (liù)
七	八	九
Sette (qī)	Otto (bā)	Nove (jiǔ)

Errori nel recupero di fatti aritmetici

Nelle tabelline due tipologie

• Errori di confine ($6 \times 3 = 21$)

• Errori di slittamento (una cifra è corretta, l'altra è sbagliata $4 \times 3 = 11$)

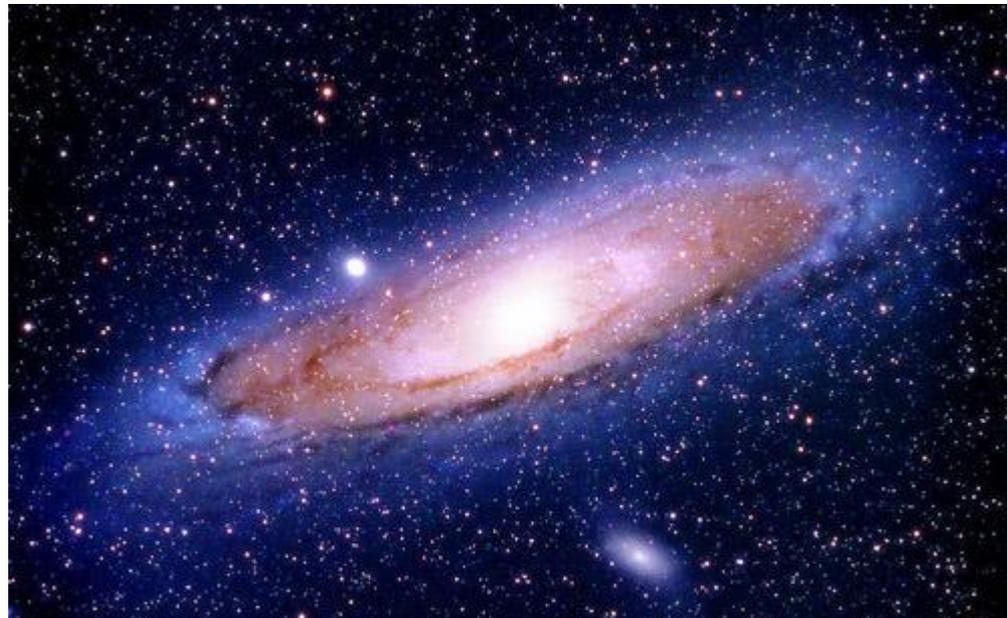


Errori nell'applicazione di procedure

- Dimenticare la regola della direzione per cui
- $85-6=81$ (6-5...)
- Confusione tra procedure di sottrazione e addizione

Errori visuospatiali

- Confondere i segni di un'operazione \times e $+$
- Difficoltà nell'acquisire i concetti “dall'alto verso il basso” o “da sinistra verso destra”



Il calcolo a mente

• Il calcolo a mente è considerato dalla ricerca contemporanea *la competenza fondamentale all'evoluzione della cognizione numerica*. Esso si basa infatti su strategie di combinazioni di quantità necessari ai meccanismi di intelligenza numerica. In particolare le strategie più importanti identificate nella letteratura scientifica sono:

Adele Maria Veste



- composizione e scomposizione dei numeri in insiemi più semplici;
- raggruppamento;
- arrotondamento alla decina;
- le proprietà delle quattro operazioni;
- il recupero dei fatti aritmetici.

Il calcolo scritto



“Il calcolo scritto rappresenta un apprendimento di procedure necessarie per eseguire calcoli molto complessi, che abbisognano di un supporto cartaceo per dare aiuto al nostro sistema di memoria. Quindi, il calcolo scritto *ha il compito di automatizzare procedure ed algoritmi e non quello di sviluppare strategie né di potenziare le abilità di intelligenza numerica*. Impegnare la granparte del tempo scolastico nell’esercitazione di tali algoritmi, se da una parte consente un’adeguata acquisizione delle procedure di calcoli complessi, dall’altra rischia di penalizzare l’apprendimento e il consolidamento di strategie più flessibili ed efficaci come quelle del calcolo a mente. Si raccomanda, dunque, un approccio didattico che sappia potenziare entrambi i tipi di calcolo necessari per lo sviluppo di potenzialità cognitive differenti.”

Strategie di calcolo nei DSA

- “Se queste raccomandazioni sono necessarie verso l’intera conduzione della classe, tanto più lo sono verso i bambini con DSA.
- Ad esempio, il calcolo scritto sarà tanto più difficile quanto più il profilo compromesso riguarderà gli automatismi e i processi di memoria, mentre il calcolo a mente sarà tanto più difficile quanto più il profilo compromesso riguarderà le funzioni di strategia compositiva. Se l’insegnante sa adoperare metodi didattici flessibili e corrispondenti alle qualità cognitive individuali, il potenziamento non resterà disatteso”

Matematica Vedica si intende in generale la matematica risalente ai Veda, i testi sacri dell'induismo, fonte della conoscenza, trasmessa oralmente attraverso i Sutra, che possiamo definire aforismi della saggezza indiana.

Queste tecniche di calcolo veloce furono sperimentate per la prima volta in Inghilterra dove illustri matematici Satish Sharma hanno potuto usare questo metodo con studenti di classi disagiate, ottenendo ottimi risultati.



Moltiplicare un numero a due cifre per 11

Ad esempio 42×11

$$4 + 2$$

$$4 \quad 6 \quad 2$$

**Il primo Sutra “matematico”, recita:
“Uno in più del precedente”.**



Quadrati di numeri che terminano con la cifra 5

Iniziamo dal quadrato di **25**

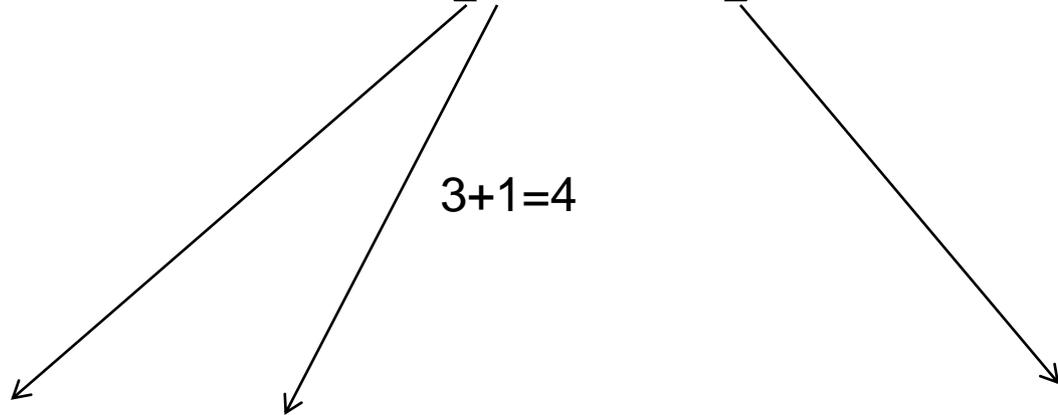
• Nel quadrato da calcolare la cifra delle unità (cioè **5**) produce sempre un **25** finale;

$$\cdot \quad \mathbf{5 \times 5 = 25}$$

• Il prodotto della cifra delle decine (cioè **2**) per la sua successiva (**2+1=3**) perciò $2 \times 3 = \mathbf{6}$.

• Il quadrato di 25 sarà perciò 6 seguito da **25** vale a dire 625.

(35)²



3 x 4 = 12 25

1225

Incentivare l'uso degli organizzatori grafici

Gli organizzatori anticipati si sono sviluppati sulla base delle teorie di Ausubel sull'apprendimento significativo secondo cui l'apprendimento migliora se si ha un metodo chiaro e strutturato per organizzare le informazioni (D. AUSUBEL)

In letteratura vengono definiti come “mezzi di rappresentazione visiva della conoscenza ossia un modo di strutturare l'informazione o di organizzare gli aspetti più importanti di un argomento in uno schema che utilizza le definizioni”

2. Il ristorante "La Baia dei Re" offre un menu completo a prezzo fisso, con la possibilità di scegliere tra tre primi, due secondi e due dolci.

Ristorante "La Baia dei Re"

Menu a prezzo fisso: 25 euro

Primo:

Spaghetti allo scoglio

Linguine al pesto

Risotto alla pescatora

Secondo:

Fritto misto

Rombo alla griglia

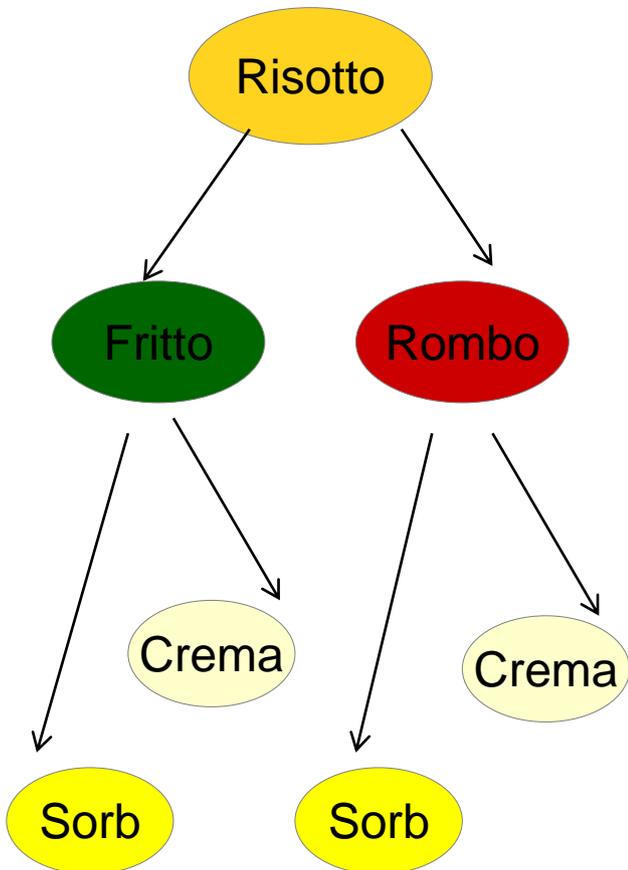
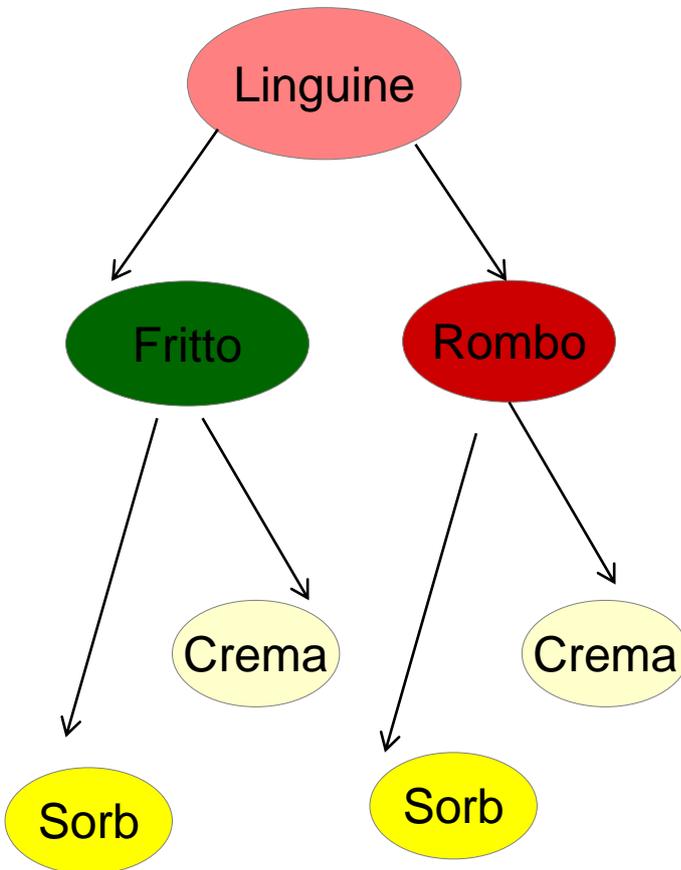
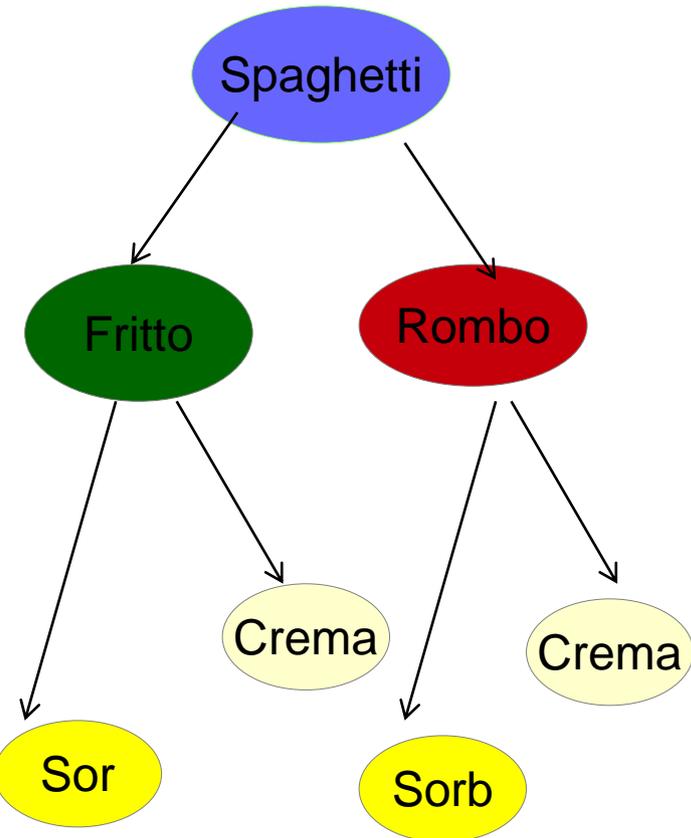
Dolce:

Sorbetto al limone

Crema catalana

Quanti diversi menu completi (un primo, un secondo e un dolce) al massimo si possono comporre?

- A. 12
- B. 2
- C. 9
- D. 6



.Come hanno dimostrato gli studi di David Hyerle, gli organizzatori grafici corrispondono a otto processi cognitivi fondamentali.

.1. **definire,**

.2. **descrivere,**

.3. **confrontare,**

.4. **classificare,**

.5. **mettere in sequenza,**

.6. **identificare relazioni tra l'intero e le sue parti,**

.7. **analizzare il rapporto causa/effetto,**

.8. **trovare analogie e differenze**

Come usare gli organizzatori grafici?

- .Funzione direttiva
- .Funzione guidata
- .Funzione aperta

Quali sono le integrazioni ottimali per i DSA?

Si apprende meglio:

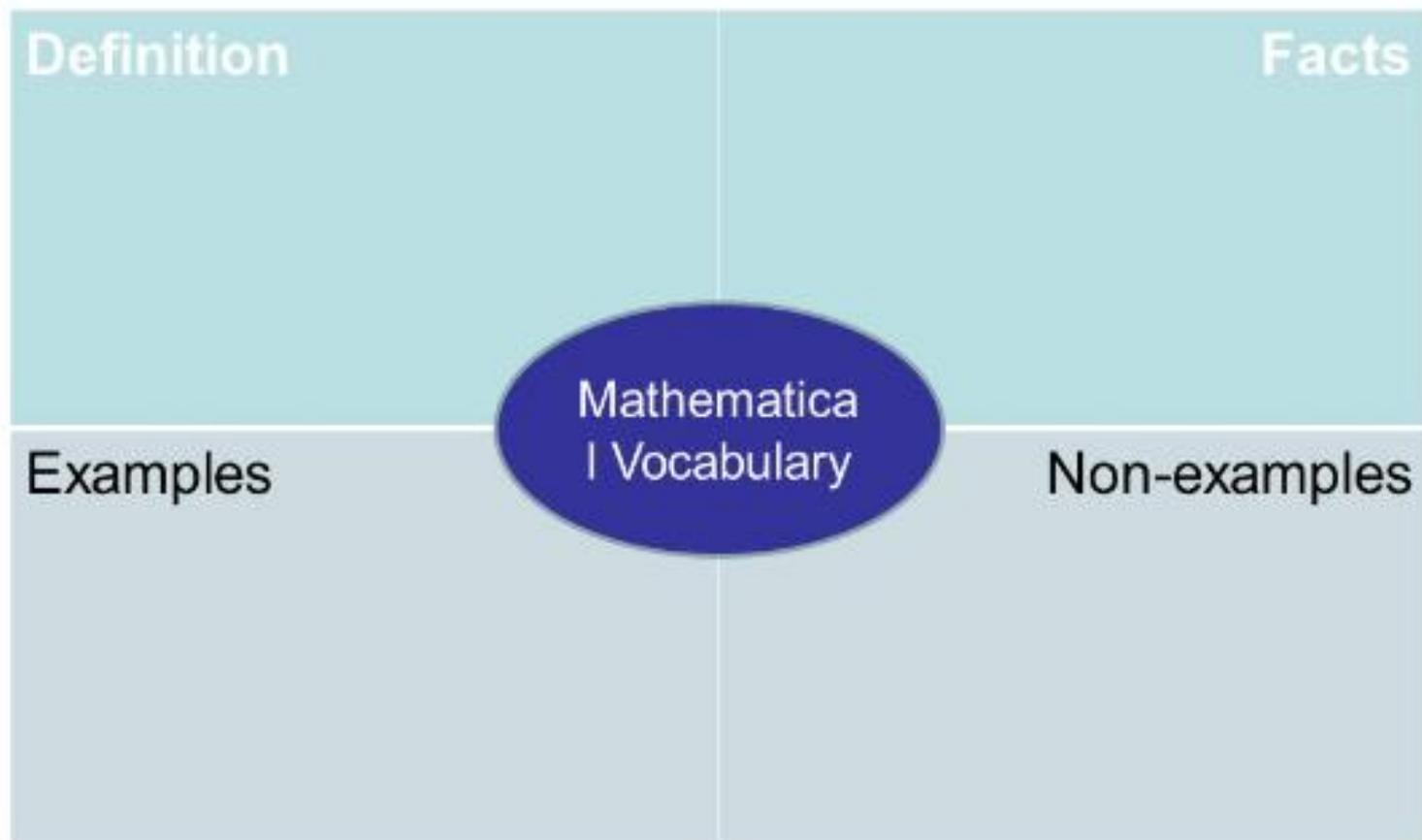
1. Da parole unite a immagini piuttosto che da parole da sole (**Principio di multimedialità**);
2. Quando parole e immagini sono presentate simultaneamente e non successivamente (**Principio di contiguità temporale**);
3. Quando parole e immagini sono vicine sullo schermo o sulla pagina anziché distanziate (**Principio di contiguità spaziale**);

Quali sono le integrazioni ottimali per i DSA?

4. Quando sono escluse parole e immagini estranee (Principio di coerenza);

5. Quando le animazioni sono arricchite da narrazioni audio anziché da testi scritti (Principio di modalità);

Diagrammi di Frayer



Definizione

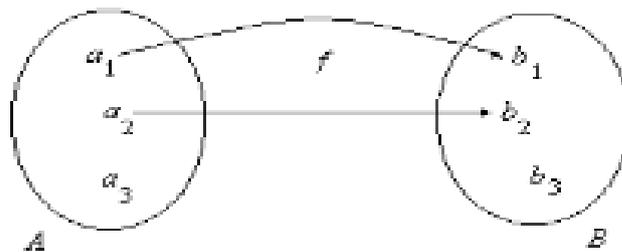
Una funzione è una corrispondenza che assegna un elemento di un insieme (Dominio) un solo elemento di un altro insieme (Codominio)

Caratteristiche

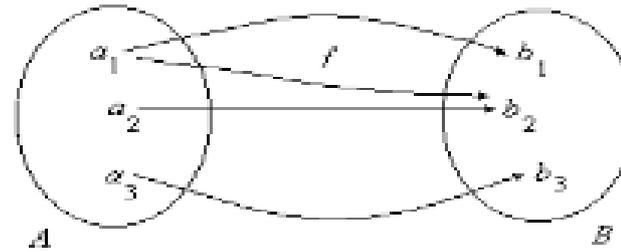
Data una funzione f di dominio X e codominio Y , comunque scelto un elemento x del dominio, si chiama *immagine* di x il corrispondente elemento del codominio, indicato con $f(x)$

FUNZIONE

Esempio



Non-esempio



Definition

An equation is a mathematical statement that shows that two expressions are equal.

Facts/Characteristics

- *always has exactly one equal sign*
- *the left side is equivalent to the right side*
- *some equations have 0, 1, 2 or more solutions*
- *some equations contain just numbers*
- *some equations are algebraic models for relationships and they have corresponding graphical models and numerical models (e.g., tables)*

Equation

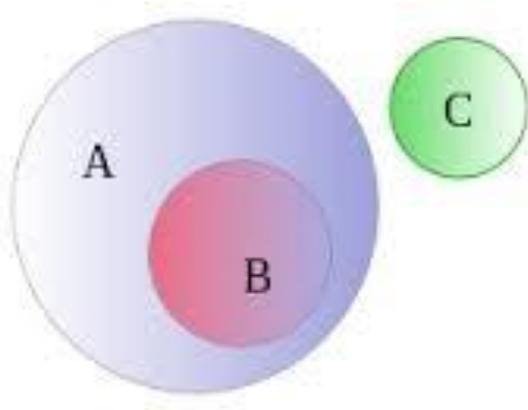
Examples

$3x - 2 = 4x + 7$ (linear equation)
 $ab = ba$ (an identity)
 $F = 1.8C + 32$ (a formula)
 $5 + 6 = 11$ (a number statement)
 $P = 2l + 2w$ (a formula)
 $x = 3$ (statement of value)

Non-examples

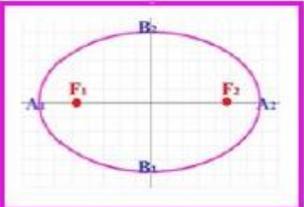
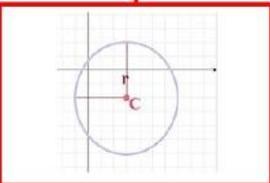
$2x + 3y$ (expression)
3 (number)
perimeter (word)
 $x < y$ (inequality)
 $= 4.2$ (has no left side)

I diagrammi di confronto. Sono un eccellente strumento per evidenziare visivamente le somiglianze e le differenze tra le idee principali, per costruire la scaletta di testi comparativi e, in matematica, per trovare il massimo comun divisore ed il minimo comune multiplo fra più numeri.



Feature Comparison Matrix Chart
Template

	Product 1	Product 2	Product 3	Product 4
Feature 1	✓	✓	✓	
Feature 2	✓		✓	✓
Feature 3	✓	✓	✓	✓
Feature 4		✓	✓	✓

	<p>Ellisse</p>  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	<p>Circonferenza</p>  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
Equazione		
Coor. centro		
Coord Fuoco		
Misura Raggio		

2 I sistemi lineari. Il metodo e l'intuizione. Parte II.

Problema. Dato il sistema di equazioni lineari

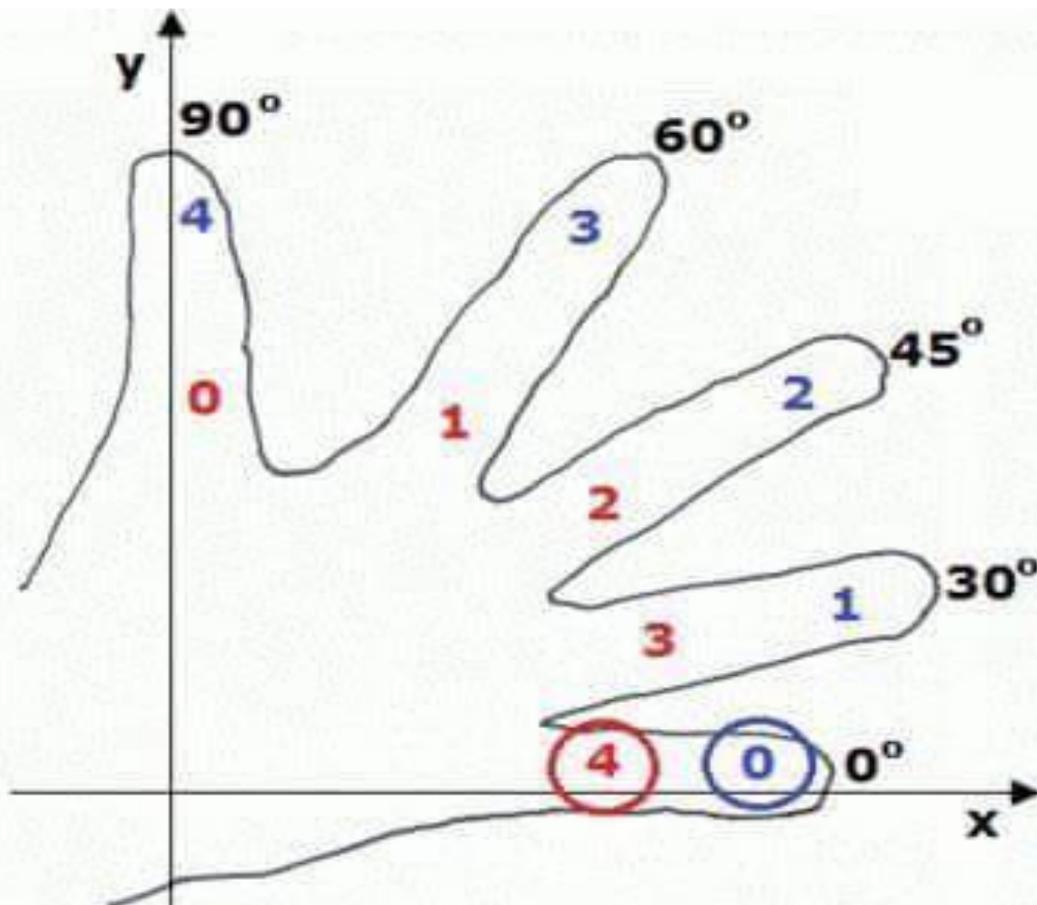
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

dire quale delle seguenti equazioni aggiunta al sistema fornisce un sistema che ha un'unica soluzione.

1. $-x - y - z = -1$.
2. $2x - 2y - 2z = 4$.
3. $2x = 3$.
4. $y - z = 1$.
5. $2y + 2z = -1$.

Soluzione. Lo studente potrebbe essere tentato dalla strategia più semplice: per ogni equazione proposta, calcolare le soluzioni del sistema ottenuto aggiungendo la stessa alle due equazioni date.

Tuttavia è molto più efficiente usare le proprietà dei sistemi di equazioni lineari.

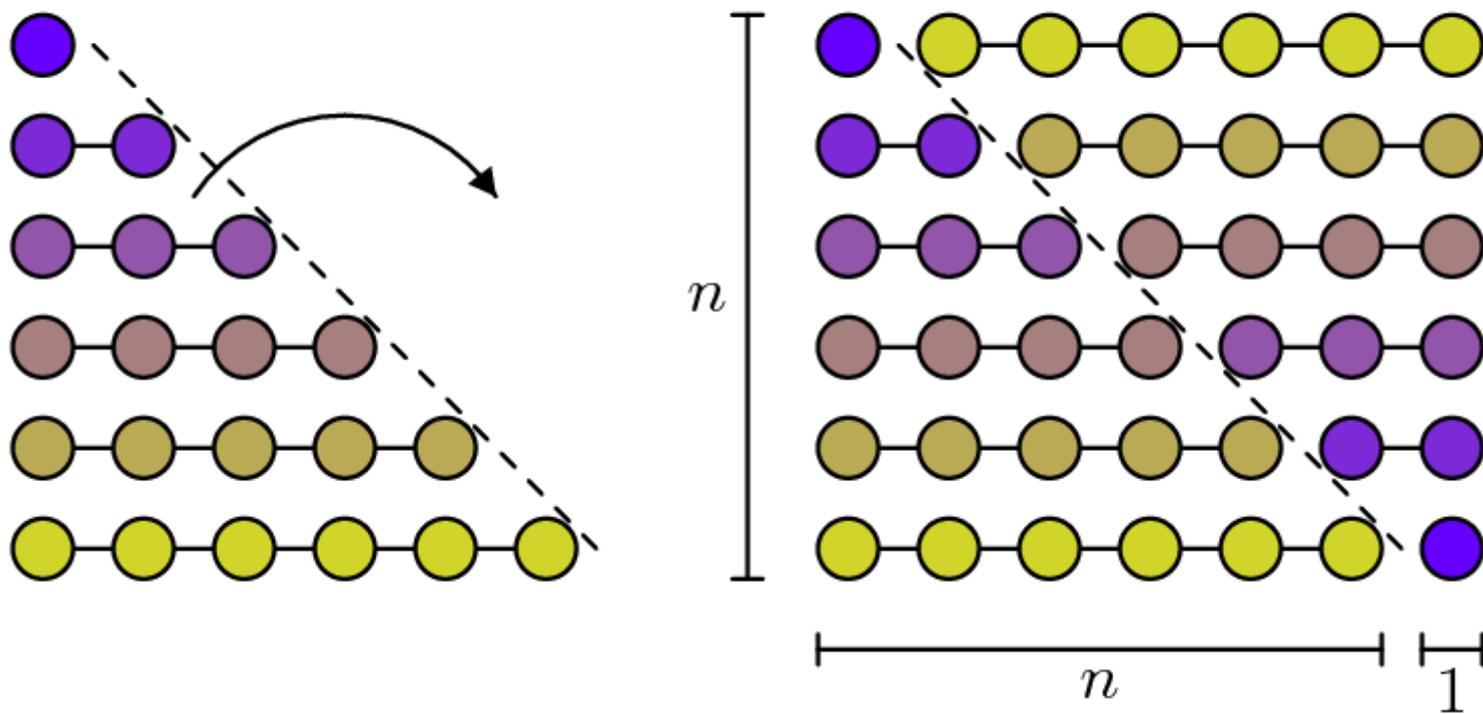


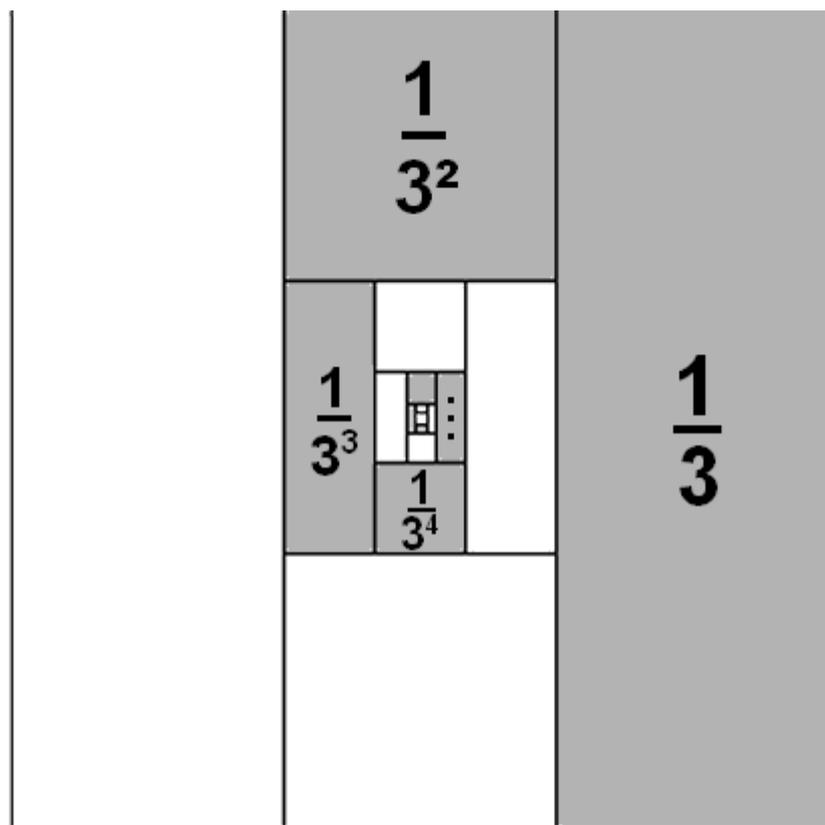
$$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{N}}{2} = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$$

$$\cos 0^\circ = \frac{\sqrt{N}}{2} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$$



$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$





$$\frac{1}{2} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \dots$$